

Math

- [Analyse de fonctions](#)
- [Géométrie vectorielle](#)
- [Les suites](#)
- [Trigonométrie](#)
- [Probabilité](#)
- [Statistiques](#)

Analyse de fonctions

Trouver l'ordonnée à l'origine et les conditions d'existence

Calcul	Explication
$f(x)=\frac{x^2+2x+1}{x-1}$	L'énoncé
$x-1 \neq 0$	Le dénominateur ne peut pas être égal à 0
$x^2-1 \neq 0$	Résoudre l'équation
$x \neq 1$	Conditions d'existence finale.

Donc l'ordonnée à l'origine est 1 et la condition pour l'existence de la fonction est que x ne peut pas valoir 0

Trouver la parité d'une fonction

Calcul	Explication
$f(x)=\frac{x^2+2x+1}{x-1}$	L'énoncé
$f(-3)=\frac{(-3)^2+2(-3)+1}{-3-1}$	Remplacer x par un nombre négatif qui respecte les conditions d'existence
$f(-3)=-1$	Effectuer le calcul
$f(3)=\frac{3^2+2*3+1}{3-1}$	Remplacer x par le même nombre que le précédent mais positif.
$f(3)=8$	Effectuer le calcul
La fonction n'est ni paire ni impaire	Si $f(-x)=f(x)$ alors la fonction est paire Si $f(-x)=-f(x)$ alors la fonction est impaire Sinon, la fonction n'est ni paire ni impaire

La fonction n'est ni paire ni impaire

Trouver les racines

Calcul	Explication
--------	-------------

$f(x)=\frac{x+1}{x}$	L'énoncé
$x+1=0$	Prendre uniquement le numérateur de la fonction pour faire une équation sous forme: $\text{numérateur}=0$
$x+1-1=-1$	Résoudre l'équation
$x=-1$	La racine de la fonction est -1

La seule racine de la fonction est en $x=-1$

Faire un tableau de signe

Calcul	Explication
On sait que la racine de la fonction est $x=0$ et la condition d'existence est $x\neq 0$	L'énoncé
<div> <div></div> <div></div> <div>-1</div> <div></div> <div>0</div> <div></div> </div>	Faire le haut du tableau avec les racines et les conditions d'existences
<div> <div>-</div> <div></div> <div>0</div> <div></div> <div>-</div> <div>E</div> <div>+</div> <div></div> </div>	Ajouter les valeurs qui correspondent. Ainsi que les signes avant et après

	-1		0	
-	0	-	n'existe pas	+

Calculer les asymptotes & limites

Pour calculer les asymptotes il est très important de les faire dans l'ordre. D'abord essayer de trouve une asymptote verticale, puis essayer de trouver une asymptote horizontale. Si il y a une asymptote horizontale ça veux dire qu'il n'y a pas d'asymptote oblique donc pas besoin de faire le calcul.

⚠ Attention au limites particulières : $\lim_{x\rightarrow 0} \frac{\sin{x}}{x} = 1$ & $\lim_{x\rightarrow 0} \frac{\tan{x}}{x} = 1$ & $\lim_{x\rightarrow 0} \frac{1 - \cos{x}}{x} = 0$

Asymptote verticale

Calcul	Explication
$f(x)=\frac{x^2-3x+4}{x-1}$	L'énoncé

Calcul	Explication
$x \neq 1$	Calculer les conditions d'existence
$\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{1^2 - 3 \cdot 1 + 4}{1 - 1}$	Mettre la limite vers la valeur trouvée en conditions et remplacer dans la fonction
$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2}{0^-}$	Simplifier la fonction
$-\infty$	Transformer le 0^- en $-\infty$

Asympotes horizontales

Calcul	Explication
$f(x) = \frac{2x+3}{x^2+4}$	L'énoncé
$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2\infty+3}{\infty^2+4}$	Remplacer (mentalement) x par ∞
$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x}{x^2}$	C'est le cas de $\frac{\infty}{\infty}$. Donc il faut prendre la plus grande puissance ainsi que son <i>coefficient</i> (nombre qui est multiplié)
$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2}{x}$	Simplifier la fraction
$AH=0$	La forme $\frac{1}{x}$ est égale à 0 . La réponse est donc 0

Asymptotes oblique

Calcul	Explication
$f(x) = \frac{x^3 - x^2 + 5x - 1}{x^2 + 1}$	L'énoncé
$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^3 - x^2 + 5x - 1}{x(x^2 + 1)}$	Appliquer la formule $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{x}$ pour trouver m (la pente)
$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^3}{x^3}$	C'est le cas $\frac{\infty}{\infty}$. Donc il faut mettre en évidence en gardant uniquement le plus grand exposant (voire plus haut)
$m=1$	Simplifier pour obtenir la pente

Calcul	Explication
$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^3 - x^2 + 5x - 1}{x^2 - 1} - x$	Appliquer la formule $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) - mx$ pour trouver p (l'ordonnée à l'origine)
$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^3 - x^2 + 5x - 1}{x(x^2 - 1)} - \frac{1(x^2 - 1)}{1(x^2 - 1)}$	Mettre au même dénominateur en multipliant le dénominateur du premier terme avec tout le deuxième.
$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(x^3 - x^2 + 5x - 1) - (x^2 - 1)}{x^2 - 1}$	Mettre sous la même barre de fraction
$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^3 - x^2 + 5x - 1 - x^2 + x}{x^2 - 1}$	Développer

Calcul	Explication
$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{-x^2+4x-1}{x^2-1}$	Simplifier
$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{-x^2}{x^2}$	Mettre en évidence en gardant seulement la plus grande puissance de x , voire plus haut
$p=-1$	Simplifier la fraction

Calcul	Explication
$AO \text{ \texttt{equiv} } y=1x+(-1)$	Appliquer la formule $AO \text{ \texttt{equiv} } y=mx+p$ à partir des informations vue çï dessus
$AO \text{ \texttt{equiv} } y=x-1$	Simplifier, résultat final

Dérivés

Première dérivée (Savoir si ça monte, dessend ou reste stable)

Calcul	Explication
$f'(x)=(\frac{x^2+2x+1}{x})'$	L'énoncé
$f'(x)=\frac{(x^2+2x+1)'(x)-(x^2+2x+1)(x)'}{x^2}$	Appliquer la formule $(\frac{f}{g})'=\frac{f'g-fg'}{g^2}$
$f'(x)=\frac{(2x+2+0)(x)-(x^2+2x+1)(1)}{x^2}$	Appliquer la formule $x^n=nx^{n-1}$ ou autres formules (voir plus bas). Faire les dérivés
$f'(x)=\frac{2x^2+2x-x^2-2x-1}{x^2}$	Développer et distribuer
$f'(x)=\frac{x^2-1}{x^2}$	Simplifier
Faire un tableau de signe	Voir plus haut.

x		-1		0		1	
$f'(x)$	+	0	-	\nexists	-	0	+
$f(x)$	Monte	Maximum	Dessends	\nexists	Dessends	Minimum	Monte

Deuxième dérivée (Savoir si c'est concave ou convexe)

Calcul	Explication
$f''(x) = (\frac{x^2-1}{x^2})'$	La dérivée précédente (dérivée première)

Calcul	Explication
$f''(x) = \frac{(x^2-1)'(x^2)-(x^2-1)(x^2)'}{x^4}$	Appliquer la formule $(\frac{f}{g})' = \frac{f'g-fg'}{g^2}$
$f''(x) = \frac{(2x-0)(x^2)-(x^2-1)(2x)}{x^4}$	Appliquer la formule $x^n = nx^{n-1}$ ou autres formules (voir plus bas). Faire les dérivés
$f''(x) = \frac{2x^3-(2x^3-2x)}{x^4}$	Distribuer
$f''(x) = \frac{2}{x^3}$	Simplifier
Faire un tableau de signe	Voir plus haut.

x		0	
$f'(x)$	-	\nexists	+
$f(x)$	Concave	\nexists	Convexe

Définition d'une dérvivée

TODO

Faire une tangente

Calcul	Explication
$f(x) = x^3 - 2x^2 + 1$	Faire la tangeante de cette fonction au point 1
$f'(x) = 3x^2 - 4x + 0$	Dériver la fonction
$m=f'(1) = 3 * 1^2 - 4*1 = -1$	Trouver la pente avec la formule $m=f'(A)$
$p=-(-1) * 1+f(1) = 1 * 1+0 = 1$	Trouver l'ordonnée à l'origine avec la formule $p=-mA + f(A)$
$T_a \equiv y - 1 = -1(x-1)$	Equation de la tangente au point A : $T_a \equiv y - f(a) = f'(a) * (x-a)$

Faire une intégrale d'une fonction (primitives)

Calcul	Explication
$f(x)=2x+1$	Fonction à primitiver
$\int (2x+1) \, dx$	Mettre la fonction dans une intégrale.
$\frac{2x^{1+1}}{1+1} + \frac{1^{0+1}}{0+1}$	Appliquer la formule $\int x^n = \frac{n^{n+1}}{n+1}$
$x^2 + x$	Calculer et simplifier

Voir la feuille avec les cas plus spéciaux et les ploynomes.

Trouver l'aire sous une courbe

Calcul	Explication
$f(x) = x^2-1$	Trouver l'aire sous cette courbe entre -1 et 1
$\int x^2-1 \, dx$	Mettre le tout sous une intégrale
$\frac{x^3}{3}-x$	Faire l'intégrale
$\int_{-1}^1 x^2-1dx$	Mettre sous forme d'intégrale bornée
$\int f(1)dx - \int f(-1)dx$	Appliquer la formule $\int_a^b f(x) \, dx = \int f(b)dx - \int f(a)dx$
$(\frac{1^3}{3}-1)-(\frac{(-1)^3}{3}-(-1))$	Détail de l'étape précédente
$\frac{4}{3}$	Réponse finale. L'aire sous la courbe est de $\frac{4}{3}$

Volume d'un solide

“ Insérer schéma ici

Calcul	Explications
$f(x) = 1$	Cylindre du de coté avec une hauteur de 2 ($\frac{2}{2} = 1$)
$V_1 = \pi \int_0^6 (1)^2 \, dx$	Application de la formule du calcul de volume intégral $V = \pi \int_a^b f(x)^2 \, dx$
$V_1 = \pi (6 - 0) = 6 \pi$	Calcul de l'intégrale, voir plus haut pour plus de détails
$V_2 = \pi r^2 * h$	Vérification à l'aide de la formule du volume du cylindre
$V_2 = \pi 1^2 * 6 = 6 \pi$	Calcul de la formule précédente
$V_1 = V_2 = 6 \pi$	Les deux volumes sont les même, donc les formules sont correctes

Géométrie vectorielle

Définition

“ Un **vecteur** est un objet mathématique caractérisé par une **direction** (haut, bas), un **sens** (gauche, droite) et une **longueur** (aussi appelé **norme**).

Comparer des vecteurs

Des vecteurs égaux sont des vecteurs qui ont la même direction, le même sens et la même longueur.

$$\vec{u_1} = \vec{u_2}$$

Des vecteurs sont dit *opposés* quand ils ont la même direction, la même longueur mais un sens contraire.

$$\vec{u_1} = -\vec{u_2}$$

Représenter un vecteur

Si on a dans un graphique un vecteur avec deux points, $A(-2;3)$ et $B(4;-1)$

Le vecteur \vec{AB} sera:

$$\vec{AB} = (x_b - x_a ; y_b - y_a)$$

$$\vec{AB} = (4 - (-2) ; -1 - 3)$$

$$\vec{AB} = (6; -4)$$

Faire des opérations avec les vecteurs

Additionner et soustraire deux vecteurs

Nous avons ici deux vecteurs :

$$\vec{AB} = (6;-4)$$

$$\vec{CD} = (5;2)$$

Donc pour faire $\vec{AB} + \vec{CD}$ on va additionner les composantes:

$$\vec{AB} + \vec{CD} = (6+5;-4+2)$$

$$\vec{AB} + \vec{CD} = (11;-2)$$

Multiplier et diviser un vecteur par un réel

Pour faire $5 * \vec{AB}$ (6;5) il suffit de multiplier les composantes par le nombre.

$$5\vec{AB} = (6 * 5 ; 5 * 5)$$

$$5\vec{AB} = (30;25)$$

Trouver le milieu d'un segment (ou d'un vecteur)

Voici la formule pour trouver le milieu d'un segment.

$$M(\frac{x_A + x_B}{2}, \frac{y_A + y_B}{2})$$

Savoir si deux vecteurs sont // (colinéaires)

Deux vecteurs (u et v) sont colinéaires dans le cas où l'expression suivante est vraie:

$$x_v * y_u - x_u * y_v = 0$$

Savoir si deux vecteurs sont perpendiculaires (orthogonalité)

Deux vecteurs (u et v) sont orthogonaux dans le cas où l'expression suivante est vraie:

$$x_u * x_v + y_u * y_v = 0$$

Connaître la longueur d'un vecteur

La longueur d'un vecteur se note $||u||$ et pour la connaître on fait:

$$||\vec{u}|| = \sqrt{x_u^2 + y_u^2}$$

Oui bien

$$||\vec{AB}|| = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$$

Les suites

“ Une **suite** est une liste ordonnée, finie ou infinie de nombres réels. Les différents nombres de cette liste sont appelé les *termes* de la suite.

Suite algébrique

Dans une suite géométrique les nombres sont à chaquefois, le nombre précédent ajouté ou soustrait d'un autre nombre appelé *raison*.

La formule simplifie de la suite algébrique est donc:

$$u_n = u_{n-1} + r$$

Dans cette équation plusieurs lettres sont utilisées:

Lettre utilisée	Signification
u	Terme de la suite
n	Indice de la suite
u_n	Terme de la suite de rang n
u_{n-1}	Terme de la suite qui précède n
r	Le coefficient, appelé <i>raison</i> , dans une suite algébrique
q	Le coefficient, appelé <i>raison</i> , dans une suite géométrique
u_1	Le premier terme de la suite

Mais il existe aussi une autre formule appelée *formule explicite*, la méthode précédente étant appelé *formule réccurente*.

$$u_n = u_1 + r(n-1)$$

A partir de maintenant on sait donc trouver un nombre de la suite en partant soit de la raison r et du nombre précédent u_{n-1} . Soit en utilisant le premier nombre de la suite u_1 et la raison r .

Trouver un nombre à l'aide des deux autres qui l'encadrent

Pour faire cela on utilise la formule

$$u_n = \frac{u_{n-1} + u_{n+1}}{2}$$

Calculer la somme de n termes de la suite

$$S = \frac{n(u_1 + u_n)}{2}$$

Suite géométrique

Dans une suite géométrique les nombres sont à chaque fois, le nombre précédent est multiplié ou divisé d'un autre nombre appelé *raison*.

Sa formule par *réccurence* est

$$u_n = u_{n-1} * q$$

Et sa formule *explicite* est

$$u_n = u_1 * q^{n-1}$$

Trouver un nombre à l'aide des deux autres qui l'encadrent

$$u_n = \sqrt{u_{n-1} * u_{n+1}}$$

Calculer la somme de n termes de la suite

$$S = u_1 * \frac{1-q^n}{1-q}$$

Trigonométrie

Formules

La formule du cercle trigonométrique

$$\sin^2\{\alpha\} + \cos^2\{\alpha\} = 1$$

La formule de la tangente

$$\tan\{\alpha\} = \frac{\sin\{\alpha\}}{\cos\{\alpha\}}$$

La formule des sinus

$$\frac{a}{\sin\{\alpha\}} = \frac{b}{\sin\{\beta\}} = \frac{c}{\sin\{\gamma\}}$$

La formule des cosinus

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos\{\alpha\}$$

$$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac\cos\{\beta\}$$

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cos\{\gamma\}$$

Somme des angles d'un triangle

$$\alpha = 180^\circ - \beta - \gamma$$

L'aire d'un triangle

$$\text{aire} = \frac{bc\sin\{\alpha\}}{2} = \frac{ac\sin\{\beta\}}{2} = \frac{ab\sin\{\gamma\}}{2}$$

Convertir en angle / minutes / secondes

$$1^\circ = 60' = 3600''$$

$$1' = 1/60^\circ = 60''$$

$1'' = 1/3600^\circ = 1/60'$

Convertir des angles en radian

$180^\circ = \pi$

$1^\circ = \frac{\pi}{180} = 0.0175$

$\frac{180^\circ}{\pi} = 57.3^\circ = 1$

Savoir quand utiliser les formules

Si on connaît	On utilise
Deux angles et un côté	La somme des angles et la formule des sinus
Deux côtés et l'angle entre les deux	La formule des cosinus
Trois côtés	La formule des cosinus

Comment les utiliser

Cette section n'est pas encore faite

Les fonctions trigonométriques

Voici une table pour comprendre les lettres dans les formules

Lettre	Signification
A	L'amplitude (grandeur mesurée)
ω	Vitesse angulaire, pulsation par seconde, exprimée en radian
ϕ	La phase d'origine
T	Durée d'un cycle. Equivaut à $\frac{2\pi}{\omega}$
f	Fréquence, exprimée en Hertz, au nombre de périodes par seconde, elle vaut $\frac{1}{T}$

Le tout est lié par la relation

$\omega = 2\pi f = \frac{2\pi}{T}$

Probabilité

Propriétés

$$0 < P(A) < 1$$

$$P(A) = \frac{\text{nombre de cas favorables}}{\text{nombre de cas possible}}$$

$$P(1) + P(2) = 1$$

$$P(A) = 1 - P(\bar{A})$$

Analyse combinatoire

Math	Formule	Consigne
$P_{10} = 10!$	$P_n = n!$	Combien de manières de ranger 10 livres dans un étagère (permutation, objets différents)
$P_{10}^2 = \frac{10!}{2!}$	$P_n^{j;k;l} = \frac{n!}{j! * k! * l!}$	Parmi 10 livres, j'ai 2 livres identiques (permutation avec objets identiques)
$C_{20}^5 = \frac{20!}{5! * (20-5)!}$	$C_n^p = \frac{n!}{p! * (n-p)!}$	Former une équipe de 5 personnes parmi 20 personnes (combinaison)
$A_{20}^3 = \frac{20!}{(20-3)!}$	$A_n^p = \frac{n!}{(n-p)!}$	Choisir parmi 20 personnes, un président, un secretaire et un trésorier (arrangement sans répétition)
$B_{10}^5 = 10^5$	$B_n^p = n^p$	Former un code à 5 chiffres (arrangement avec répétition)

La loi binomiale

C'est quand il n'y a que deux possibilités: échec ou réussite.

$$P(X=k) = \frac{n!}{k!(n-k)!} p^k (1-p)^{n-k}$$

Mathématiques	Français
$P(X=k)$	Probabilité de réussite

Mathématiques	Français
k	Nombre de succès
n	Nombre de répétitions
p	Probabilité (0,xxx)

\bar{x}

Loi normale centrée réduite

“ Loi normale de moyenne 1.84 (μ) et d'écart-type de 0.4 (σ).
 Déterminer la probabilité qu'un individu soit entre 1.04 et 2.64

Calcul	Explication
$P(1.04 \leq X \leq 2.64)$	Enoncé
$P(\frac{1.04 - 1.84}{0.4} \leq Z \leq \frac{2.64 - 1.84}{0.4})$	Appliquer la formule $Z = \frac{X-\mu}{\sigma}$ pour chaque nombre
$P(-2 \leq Z \leq 2)$	Calculer la formule précédente
$P(Z \leq 2) - (1 - P(Z \leq -2))$	Diviser en 2 grâce à la formule $P(A \leq Z \leq B) = P(Z \leq B) - (1 - P(Z \leq A))$
$0.9772 - (1 - 0.9772)$	Aller voir dans le tableau pour trouver la probabilité correspondante
$0.9544 = 95.44\%$	Calculer et trouver la probabilité finale

“ Il y a donc 95.44% de chance que la personne soit entre les valeurs 1.04 et 2.64.
 Avec l'écart-type de 0.4 et la moyenne de 1.84.

Statistiques

Statistiques à deux variables

“ On appelle **série statistique à deux variables** est une série statistiques dans lesquelles on étudie simultanément deux caractères x et y observés sur une même population.

L'ajustement affine

IMAGE ICI

Méthode	Exemple	Formule
Classer les données par ordre croissant		
Classer les données en deux groupes égaux	1er groupe les 4 premières données, le 2em groupe : les quatres dernières données	
Calculer le point \$G_1\$	$(\bar{x}_1; \bar{y}_1) = (\frac{1+2+3+4}{4}; \frac{1+3+5+4}{4}) = (2.5; 3.25)$	$(\bar{x}; \bar{y}) = (\frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n}; \frac{\sum_{i=1}^n y_i}{n})$
Calculer le point \$G_2\$	$(\bar{x}_2; \bar{y}_2) = (\frac{5+6+7+8}{4}; \frac{6+1+2+3}{4}) = (6.5; 3)$	$(\bar{x}; \bar{y}) = (\frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n}; \frac{\sum_{i=1}^n y_i}{n})$
Calculer la pente de la droite	$m = \frac{3-3.25}{6.5-2.5} = -0.0625$	$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$
Calculer l'ordonnée à l'origine	$p = 1 - (-0.0625) * 1 = 1.0625$	$p = y_1 - m * x_1$
Droite finale	$y = -0.0625x + 1.0625$	$y = m * x + p$

Méthode des moindres carrés

IMAGE ICI

Méthode courte

La méthode la plus courte pour calculer la droite des moindres carrés, c'est d'utiliser directement la calculatrice (CASIO fx-92B)

- 1. MENU > 2 > 2
- 2. Ensuite il faut intégrer toutes les valeurs \$x\$ et \$y\$ dans le tableau : NE SURTOUT PAS UTILISER LA TOUCHE AC
- 3. OPTN > 4
- 4. La calculatrice donne maintenant les valeurs \$a\$, \$b\$ et \$r\$ qu'il faut remplacer dans la formule suivante :

$Y = ax + b$

“ \$r\$ correspond au coefficient de régression

Méthode longue

“ VOIR DANS LE LIVRE A LA PAGE 106.

Calculer et interpreter le coefficient de corrélation

Le coefficient de corrélation correspond au \$r\$ que la calculatrice donne. Il suffit ensuite d'utiliser le barème suivant pour l'interpréter, sans même avoir besoin du graphique.

Qualité de la corrélation	Positive	Négative
Parfaite	$0.98 < r < 1$	$-1 < r < -0.98$
Forte	$0.80 < r < 0.98$	$-0.98 < r < -0.80$
Moyenne	$0.60 < r < 0.80$	$-0.80 < r < -0.60$
Faible	$0.35 < r < 0.60$	$-0.60 < r < -0.35$
Nulle	$-0.35 < r < 0.35$	$-0.35 < r < 0.35$

Ce coefficient défini à quel point le lien entre la droite de régression et les points sont proches. Si il n'y a aucun lien entre la droite et les points, c'est une corrélation nulle.

Différence entre corrélation et causalité

“ Une **corrélation** est un rapport entre deux valeurs (x et y)

“ Une **causalité** c'est quand x cause y (ou l'inverse).

Il est très important de comprendre que ces deux mots ne sont pas synonymes, c'est un piège dans lequel de nombreux journalistes tombent. Voici un exemple de corrélation :

“ *Les pays qui ont le plus de prix nobels sont les pays avec la plus grande consommation de chocolat*

Cette affirmation est factuelle, c'est en effet le cas, mais ce n'est pas pour autant que manger du chocolat va faire de vous un génie comme beaucoup de journeaux l'ont dit.