Analyse de fonctions

Trouver l'ordonnée à l'origine et les conditions d'existence

Calcul	Explication
$f(x)=\frac{x^2+2x+1}{x-1}$	L'énoncé
$x-1 \neq 0$	Le dénominateur ne peut pas être égal à 0
$x -1+1\neq 0+1$	Résoudre l'équation
$x\neq1$	Conditions d'existence finale.

Donc l'ordonnée à l'origine est 1 et la condition pour l'existence de la fonction est que x ne peux pas valoir 0

Trouver la parité d'une fonction

Calcul	Explication
$f(x)=\frac{x^2+2x+1}{x-1}$	L'énoncé
$f(-3)=\frac{(-3)^2+2(-3)+1}{-3-1}$	Remplacer x par un nombre négatif qui respecte les conditions d'existence
$f(-3)=-1$	Effectuer le calcul
$f(3)=\frac{3^2+2*3+1}{3-1}$	Remplacer x par le même nombre que le précédent mais positif.
$f(3)=8$	Effectuer le calcul
La fonction n'est ni paire ni impaire	Si $f(-x)=f(x)$ alors la fonction est paire Si $f(-x)=-f(x)$ alors la fonction est impaire Sinon, la fonction n'est ni paire ni impaire

La fonction n'est ni paire ni impaire

Trouver les racines

Calcul	Explication
$f(x)=\frac{x+1}{x}$	L'énoncé
$x+1=0$	Prendre uniquement le numérateur de la fonction pour faire une équation sous forme: $numerateur=0$
$x+1-1=-1$	Résoudre l'équation
$x=-1$	La racine de la fonction est -1

La seule racine de la fonction est en $x=-1$

Faire un tableau de signe

<table>
<tr><th>Calcul</th><th>Explication</th></tr>
<tr><td>On sait que la racine de la fonction est $x=0$ et la condition d'existence est $x\neq0$</td><td>L'énoncé</td></tr>
<tr><td><code>| | -1 | | 0 | |</code></td><td>Faire le haut du tableau avec les racines et les conditions d'existences</td></tr>
<tr><td><code>| - | 0 | - | E | + |</code></td><td>Ajouter les valeurs qui correspondent. Ainsi que les signes avant et après</td></tr>
</table>

	-1		0	
-	0	-	$\nexists$	+

Calculer les asymptotes & limites

Pour calculer les asymptotes il est très important de les faires dans l'ordre. D'abord essayer de trouve une asymptote verticale, puis essayer de trouver une asymptote horizontale. Si il y a une asymptote horizontale ça veux dire qu'il n'y a pas d'asymptote oblique donc pas besoin de faire le calcul.

> Attention au limites particulières : $\lim_{x\to0} \frac{\sin{x}}{x} = 1$ & $\lim_{x\to0} \frac{\tan{x}}{x} = 1$ & $\lim_{x\to0} \frac{1 - \cos{x}}{x} = 0$

Asymptote verticale

Calcul	Explication

$f(x)=\frac{x^2-3x+4}{x-1}$	L'énoncé
$x\neq1$	Calculer les conditions d'existence
$\lim_{x\to1^-} \frac{1^2-3*1+4}{1-1}$	Mettre la limite vers la valeur trouvé en conditions et remplacer dans la fonction
$\lim_{x\to1} \frac{2}{0^-}$	Simplifier la fonction
$-\infty$	Transformer le 0^- en $-\infty$

Asympotes horizontales

Calcul	Explication
$f(x)= \frac{2x+3}{x^2+4}$	L'énoncé
$\lim_{x\to\infty} \frac{2\infty+3}{\infty^2+4}$	Remplacer (mentalement) x par ∞
$\lim_{x\to\infty} \frac{2x}{x^2}$	C'est le cas de $\frac{\infty}{\infty}$. Donc il faut prendre la plus grande puissance ainsi que son *coefficient* (nombre qui est multiplié)
$\lim_{x\to\infty} \frac{2}{x}$	Simplifier la fraction
$AH=0$	La forme $\frac{1}{x}$ est égale à 0. La résponse est donc 0

Asymptotes oblique

Calcul	Explication
$f(x)=\frac{x^3-x^2+5x-1}{x^2+1}$	L'énoncé
$\lim_{x\to\infty} \frac{x^3-x^2+5x-1}{x(x^2+1)}$	Appliquer la formule $\lim_{x\to\infty}\frac{f(x)}{x}$ pour trouver m (la pente)
$\lim_{x\to\infty}\frac{x^3}{x^3}$	C'est le cas $\frac{\infty}{\infty}$. Donc il faut mettre en évidence en gardant uniquement le plus grand exposant (voire plus haut)
$m=1$	Simplifier pour obtenir la pente

Calcul	Explication
$\lim_{x\to\infty}\frac{x^3-x^2+5x-1}{x^2-1}-x$	Appliquer la forumle $\lim_{x\to\infty}f(x)-mx$ pour trouver p (l'ordonnée à l'origine
$\lim_{x\to\infty}\frac{x^3-x^2+5x-1}{x^2-1}-\frac{x(x^2-1)}{1(x^2-1)}$	Mettre au même dénominateur en multipliant le dénominateur du premier terme avec tout le deuxième.
$\lim_{x\to\infty}\frac{(x^3-x^2+5x-1)-(x(x^2-1))}{x^2-1}$	Mettre sous la même barre de fraction
$\lim_{x\to\infty}\frac{x^3-x^2+5x-1-x^3-x}{x^2-1}$	Développer

Calcul	Explication
$\lim_{x\to\infty}\frac{-x^2+4x-1}{x^2-1}$	Simplifier
$\lim_{x\to\infty}\frac{-x^2}{x^2}$	Mettre en évidence en gardant seulement la plus grande puissance de x, voire plus haut
$p=-1$	Simplifier la fraction

Calcul	Explication
$AO \equiv y=1x+(-1)$	Appliquer la formule $AO \equiv y=mx+p$ à partir des informations vue çi dessus
$AO \equiv y=x-1$	Simplifier, résultat final

Dérivés

Première dérivée (Savoir si ça monte, dessend ou reste stable)

Calcul	Explication
$f'(x)=(\frac{x^2+2x+1}{x})'$	L'énoncé
$f'(x)=\frac{(x^2+2x+1)'(x)-(x^2+2x+1)(x)'}{x^2}$	Appliquer la formule $(\frac{f}{g})'=\frac{f'g-fg'}{g^2}$
$f'(x)=\frac{(2x+2+0)(x)-(x^2+2x+1)(1)}{x^2}$	Appliquer la formule $x^n=nx^{n-1}$ ou autres formules (voir plus bas). Faire les dérivés
$f'(x)=\frac{2x^2+2x-x^2-2x-1}{x^2}$	Développer et distribuer
$f'(x)=\frac{x^2-1}{x^2}$	Simplifier
Faire un tableau de signe	Voir plus haut.

x		-1		0		1	
$f'(x)$	+	0	-	$\nexists$	-	0	+
$f(x)$	Monte	Maximum	Dessends	$\nexists$	Dessends	Minimum	Monte

Deuxième dérivée (Savoir si c'est concave ou convexe)

Calcul	Explication
$f''(x) = (\frac{x^2-1}{x^2})'$	La dérivée précédente (dérivée première)

Calcul	Explication
$f''(x) = \frac{(x^2-1)'(x^2)-(x^2-1)(x^2)'}{x^4}$	Appliquer la formule $(\frac{f}{g})'=\frac{f'g-fg'}{g^2}$
$f''(x) = \frac{(2x-0)(x^2)-(x^2-1)(2x)}{x^4}$	Appliquer la formule $x^n=nx^{n-1}$ ou autres formules (voir plus bas). Faire les dérivés
$f''(x) = \frac{2x^3-(2x^3-2x)}{x^4}$	Distribuer
$f''(x) = \frac{2}{x^3}$	Simplifier
Faire un tableau de signe	Voir plus haut.

x		0	
$f'(x)$	-	$\nexists$	+
$f(x)$	Concave	$\nexists$	Convexe

Définition d'une dérviée

TODO

Faire une tangente

Calcul	Explication
$f(x) = x^3 - 2x^2 + 1$	Faire la tangeante de cette fonction au point 1
$f'(x) = 3x^2 - 4x + 0$	Dériver la fonction
$m=f'(1) = 3 * 1^2 - 4*1 = -1$	Trouver la pente avec la formule $m=f'(A)$
$p=-(-1) * 1+f(1) = 1 * 1+0 = 1$	Trouver l'ordonnée à l'origine avec la formule $p=-mA + f(A)$
$T_a \equiv y - 1 = -1(x-1)$	Equation de la tangente au point A : $T_a \equiv y - f(a) = f'(a) * (x-a)$

Faire une intégrale d'une fonction (primitives)

Calcul	Explication
$f(x)=2x+1$	Fonction à primitiver
$\int (2x+1) dx$	Mettre la fonction dans une intégrale.
$\frac{2x^{1+1}}{1+1} + \frac{1^{0+1}}{0+1}$	Appliquer la formule $\int x^n = \frac{n^{n+1}}{n+1}$
$x^2 + x$	Calculer et simplifier

> Voir la feuille avec les cas plus spéciaux et les ploynomes.

Trouver l'aire sous une courbe

Calcul	Explication
$f(x) = x^2-1$	Trouver l'aire sous cette courbe entre -1 et 1
$\int x^2-1 dx$	Mettre le tout sous une intégrale
$\frac{x^3}{3}-x$	Faire l'intégrale
$\int_1^1 x^2-1dx$	Mettre sous forme d'intégrale bornée
$\int f(1)dx - \int f(-1)dx$	Appliquer la formule $\int_a^b f(xà dx = \int f(b)dx - \int f(a)dx$
$(\frac{1^3}{3}-1)-(\frac{(-1)^3}{3}-(-1))$	Détail de l'étape précédente
$\frac{4}{3}$	Réponse finale. L'aire sous la courbe est de $

Volume d'un solide

> Insérer schéma ici

Calcul	Explications
$f(x) = 1$	Cylindre du de coté avec une hauteur de 2 ($\frac{2}{2} = 1$)
$V_1 = \pi \int_0^6 (1)^2 dx$	Application de la formule du calcul de volume intégral $V = \pi \int_a^b f(x)^2 dx$
$V_1 = \pi (6 - 0) = 6 \pi$	Calcul de l'intégrale, voir plus haut pour plus de détails
$V_2 = \pi r^2 * h$	Vérification à l'aide de la formule du volume du cylindre
$V_2 = \pi 1^2 * 6 = 6 \pi$	Calcul de la formule précédente
$V_1 = V_2 = 6 \pi$	Les deux volumes sont les même, donc les formules sont correctes

---

Revision #1
Created 24 May 2023 09:35:22 by SnowCode
Updated 24 May 2023 09:35:38 by SnowCode