

Les ensembles

Un ensemble est une collection non-ambigue d'objet distincts. C'est à dire que l'on peut définir ce qui relie tous les objets, et que les objets ne peuvent apparaitre qu'une seule fois dans l'ensemble.

Voici quelques exemples d'ensembles :

- Des ensembles finis de nombres : $A = \{ 0, 1, 2, 5, 9, 11 \}$
- Des ensembles finis de noms : $B = \{ \text{Alain Dupont, Béatrice Durant, Linel Hicq, Nadine Tudor} \}$
- Des ensembles infinis : $C = \{ 1, 2, 3, 4, 5, \dots \}$

On définit un ensemble par la caractéristique commune à tous les éléments

$$A = \{ x \mid x \in \mathbb{N} \}$$

Cette notation fait appel à la notion de prédicats que l'on a vu plus tôt, [voir ici](#), car on a un prédicat sur la variable x

$$A = \{ x \mid P(x) \}$$

Quand un ensemble ne contient aucun élément on dit que c'est un ensemble "vide"

$$B = \{ \varnothing \}$$

Cardinalité des ensembles

Pour connaître le cardinal d'un ensemble, il suffit de compter ses éléments.

- Si c'est un ensemble vide (\varnothing), alors le cardinal est 0
- Si c'est un ensemble qui contient d'autres ensembles, on ne fait que compter les ensembles (sans leur contenu)

Ainsi pour l'ensemble suivant :

$$A = \{ \{A\}, \{A, C\}, B, \{B, C, D, E\}, D, \{D, E\}, H \}$$

Cet ensemble a un cardinal de 7.

Les relations entre les ensembles

- L'égalité. C'est à dire que $a \in B$ et $b \in A$. $\rightarrow \forall x \in E, (x \in A) \iff (x \in B)$

En plus de l'égalité on a aussi les opérations ensemblistes : **Attention** comme dans tous les ensembles il n'y a pas besoin de répéter les nombres.

Nom	Expression mathématique	Description
L'union	$A \cup B = \{x x \in A \vee x \in B\}$	soit tous les éléments qui sont dans A ou qui sont dans B
L'intersection	$A \cap B = \{x x \in A \wedge x \in B\}$	soit tous les éléments qui sont dans A et qui sont dans B
La différence	$A \setminus B$ ou $A - B = \{x x \in A \wedge x \notin B\}$	tous les éléments qui sont dans A mais pas dans B
La différence symétrique	$A \oplus B = \{x (x \in A \wedge x \notin B) \cup (x \notin A \wedge x \in B)\}$	Tous les éléments qui sont uniquement dans A + tous les éléments qui sont uniquement dans B

Résoudre les diagrammes de Eulen-Venn

Pour arriver à trouver un les éléments d'un diagramme qui correspondent à une expression ensembliste, j'essaye de trouver des patterns dans l'expression.

Voici les patterns que j'ai identifiés :

- $A \cup B$ ou $A \setminus \overline{B}$ \rightarrow Tous les éléments de A et tous les éléments de B (en faisant attention à ne pas répéter un même élément)
- $A \cap B$ \rightarrow Les éléments communs à A et B
- $A \setminus B$ ou $A \cap \overline{B}$ \rightarrow On prends les éléments de A et on retire ceux qui sont dans B
- $\overline{A} \setminus \overline{B}$ ou $\overline{A} \cap B$ \rightarrow On prends les éléments de B et on retire ceux qui sont dans A
- $A \cup \overline{B}$ \rightarrow Tous les éléments de B + tous les éléments qui ne sont pas dans A (en faisant attention à ne pas répéter plusieurs fois un même élément)
- $\overline{A} \setminus B$ ou $\overline{A} \cap \overline{B}$ \rightarrow on prends tout sauf A et B